

# Programme de colles n°16

semaine du 29 janvier au 2 février

## Notions vues en cours

Chapitre 17 : Structures algébriques (*en complément de la semaine précédente*)

- Élément régulier (à gauche, à droite), dans un groupe tout élément est régulier
- Groupes usuels :  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{C}$ ,  $\mathbb{Q}^*$ ,  $\mathbb{R}^*$ ,  $\mathbb{C}^*$ ,  $\mathbb{K}^{\mathbb{N}}$ ,  $\mathbb{K}^{\mathbb{R}}$
- Partie stable par une l.c.i., loi induite (qu'on note souvent comme la loi initiale)
- Sous-groupe : définition, caractérisations,  $\{e\}$  et  $G$  sont des sous-groupes de  $G$
- Morphisme de groupes : définition, iso- / endo- / automorphisme, image de l'élément neutre et du symétrique par un morphisme
- L'image directe et l'image réciproque d'un sous-groupe par un morphisme est un sous-groupe
- Noyau et image d'un morphisme, notations  $\text{Ker } f$  et  $\text{Im } f$ , ce sont des sous-groupes, caractérisations de l'injectivité et de la surjectivité
- Loi produit, groupe produit, élément neutre et symétrique d'un groupe produit
- Monoïde (hors-programme), anneau, anneau commutatif, élément nul  $0_A$ , élément unité  $1_A$
- L'élément opposé de  $a$  est noté  $-a$ , et si  $a$  est un élément inversible, l'élément inverse de  $a$  est noté  $a^{-1}$
- Anneaux usuels :  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{C}$ ,  $\mathbb{K}^{\mathbb{N}}$ ,  $\mathbb{K}^{\mathbb{R}}$  munis de  $+$  et  $\times$
- Sous-anneau : définition, caractérisation
- Calcul dans un anneau :  $0_A a = 0_A a = 0_A$ , distributivité de  $\times$  sur  $-$ , formule du binôme, formule  $a^n - b^n$

## Questions de cours

*Sauf mention contraire, les démonstrations sont à connaître.*

- L'image directe d'un sous-groupe par un morphisme est un sous-groupe Chapitre 17, Propriété 17.19
- L'image réciproque d'un sous-groupe par un morphisme est un sous-groupe Chapitre 17, Propriété 17.19
- Définition complète d'un anneau et énoncé (sans démonstration) de la caractérisation d'un sous-anneau (on devra pouvoir expliciter clairement ce qu'est un monoïde) Chapitre 17, Définition 17.26 et Propriété 17.29